

ENSAIO DE BOMBEAMENTO EM AQUÍFERO LIVRE E POÇO PARCIALMENTE PENETRANTE COMPARAÇÃO ENTRE AS TEORIAS DE HANTUSH E DAGAN

José Pompeu dos Santos*

* Instituto de Pesquisas Tecnológicas do
Estado de São Paulo S.A.

ABSTRACT

In this work, the author analysis a pumping test in a free aquifer with partially penetrating well by applying the Hantush (3) and Dagan (1) equations. The data were collected by the Agrupamento de Hidrogeologia of the Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A. (IPT) in Imbituba city (Sta. Catarina State-Brazil).

The aquifer, as shown by the geophysical profiles and dirlling holes, is very uniform ($UC \approx 1,05$) with saturated thickness of about 60 meters, overlying a clay layer or the basement.

The hydrodynamics parameters of the aquifer, calculated by application of Hantush and Dagan methodes, do not show great differences, but as point out by the author, the Hantush method can give, in some instances, erroneous results.

INTRODUÇÃO

A determinação das características hidrodinâmicas de aquíferos livres tem sido objeto de estudos de diversos pesquisadores nas últimas décadas. No presente trabalho, comparam-se os resultados obtidos segundo as teorias de Hantush (equação para aquíferos anisotrópicos, não drenantes e parcialmente penetrantes, modificada) e de Dagan. Os dados utilizados foram coletados de um ensaio de bombeamento executado pelo Agrupamento de Hidrogeologia do IPT na Planície Costeira Catarinense, na região de Imbituba (SC).

ASPECTOS GEOLÓGICOS GERAIS DA ÁREA

A área onde se realizou o ensaio de bombeamento, é constituída por uma sequência regular de areias finas e muito finas, extremamente uniformes ($UC \approx 1,05$), de idade Quaternária. Sondagens elétricas verticais, executadas em diferentes pontos da área, mostraram que a espessura média desses sedimentos é da ordem de 70 metros, assentando-se diretamente sobre uma base argilosa ou sobre o embasamento cristalino, com cerca de 60 metros de espessura saturada.

Devido ao caráter uniforme e homogêneo da sequência sedimentar arenosa que se estende desde Laguna, mais a sul, até Garopaba mais ao norte, é lícito pressupor-se um aquífero do tipo livre, homogêneo e isotrópico no plano "xy". Por outro lado, tendo-se em conta que a deposição desses sedimentos foi realizada em ambiente aquoso (provavelmente estuário) é também lícito supor-se uma anisotropia no plano "xz", isto é, no sentido vertical.

Hantush (3) estudando o problema de fluxo radial para poços parcialmente penetrantes em aquíferos anisotrópicos e não drenantes, com finados, estabeleceu a equação abaixo que descreve o rebaixamento num poço de observação situado a uma distância $r < 1,5b$ do poço de bombeamento.

$$\bar{s} = \frac{Q}{4\pi T} \left(W(u) + \bar{f} \right) \quad (1), \text{ na qual}$$

$$\bar{f} = \frac{4b^2}{\pi^2 (z-d)(z'-d')} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(\frac{\text{sen } n\pi z}{b} - \frac{\text{sen } n\pi d}{b} \right) \left(\frac{\text{sen } n\pi z'}{b} - \frac{\text{sen } n\pi d'}{b} \right)$$

$$. Ko \sqrt{(Kz/Kr)(n\pi r/b)^2} \quad (2)$$

Esta equação é válida quando se cumpre a condição seguinte:

$t > (b S/2 kz)$ sendo:

b = espessura saturada (L)

S = coeficiente de armazenamento (adimensional) = porosidade efetiva em aquíferos livres

Kz = permeabilidade vertical (LT^{-1})

Por outro lado, a equação (1) pode ser aplicada para aquíferos livres desde que $s/b < 0,02$. Posto isso e lembrando que para $u < 0,02$, $w(u) = Zn(0,562/u)$, podemos reescrever a equação (1) da seguinte forma:

$$\bar{s} = \frac{Q}{4\pi T} \left(Zn \frac{0,562}{u} \cdot e^{\bar{f}} \right) = \frac{0,183Q}{T} \left(\log \frac{2,25Tt \cdot e^{\bar{f}}}{r^2 S} \right) \quad (3)$$

da qual podemos calcular o valor de T e S ou seja:

$$T = \frac{0,183Q}{\Delta s} \quad (4) \text{ e } S = \frac{2,25Tt_0}{r^2} \cdot e^{\bar{f}} \quad (5)$$

Por um lado a equação desenvolvida por Hantush, negligencia os efeitos da drenagem diferida e da compactação que ocorre no aquífero nos primeiros minutos de bombeamento, isto é, a resposta elástica do mesmo e, por outro, mostra que quanto maior a relação Kz/Kr e quanto mais distante esteja o poço de observação do poço de bombeamento, efeitos combinados do fluxo vertical e da penetração parcial são menos pronunciados.

Em 1967, Dagan (1), desenvolveu uma equação para o caso de poço parcialmente penetrante em aquífero livre. O desenvolvimento da equação foi feito considerando que o aquífero é incompressível, anisotrópico (as duas direções principais de permeabilidade sendo horizontal e vertical), de espessura finita, com porosidade efetiva constante e o poço de bombeamento, bombeado a uma vazão constante. Nestas condições a equação de Dagan que descreve o rebaixamento da superfície livre em um poço de observação, tem a seguinte expressão.

$$\begin{aligned} s &= \frac{Q'}{4\pi T} \left\{ \frac{1}{4} \ln \frac{\left[\frac{b}{2} + \frac{z'}{2} + z' + \left[\left(\frac{b}{2} + \frac{z'}{2} + z' \right)^2 + r'^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[\frac{b}{2} + \frac{z'}{2} + z' + \left[\left(\frac{b}{2} - \frac{z'}{2} + z' \right)^2 + r'^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]} \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\left[\frac{b}{2} + \frac{z'}{2} - z' + \left[\left(\frac{b}{2} + \frac{z'}{2} - z' \right)^2 + r'^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]}{\left[\frac{b}{2} - \frac{z'}{2} - z' + \left[\left(\frac{b}{2} - \frac{z'}{2} - z' \right)^2 + r'^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]} \right\} \\ &\quad - \int_0^{\infty} \frac{\cos h \lambda (1+z') \cdot \text{sen } \lambda \frac{z'}{2} \cdot \cos h \lambda (1-\frac{z'}{2})}{\lambda \text{senh} \lambda \cdot \text{cosh} \lambda} \cdot e^{-\lambda r' \text{cosh} \lambda} \cdot J_0(\lambda r') d\lambda \\ &\quad + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda} \text{senh} \lambda \frac{z'}{2} \cdot \cos h \lambda \frac{z'}{2} \cdot \cos h \lambda z'}{\lambda \text{senh} \lambda} \cdot J_0(\lambda r') d\lambda \end{aligned} \quad (6)$$

Posto que Dagan considera o aquífero livre como um meio rígido, pode-se notar (fig. 5) que a equação (6) é descontínua para $t = 0$ implicando em que a superfície livre rebaixa instantânea e uniformemente nos primeiros momentos após iniciado o bombeamento. Assim pois, a aplicabilidade da equação (6) fica restrita a tempos suficientemente longos, para $t' > 10^{-1}$ ou seja para $t > (10^{-1} nD)/K_v$.

Por outro lado, como ressalta Dagan, a equação é válida também somente para rebaixamentos pequenos de tal modo que a relação $z' = z/D$, permaneça praticamente constante.

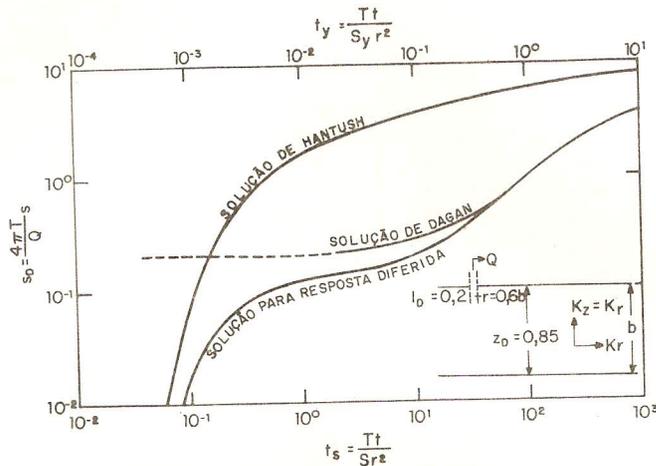


Fig. 5 - Comparação da solução considerando a "resposta diferida" com as soluções de Hantush e Dagan - (seg. Neuman - 4)

A INTERPRETAÇÃO DO ENSAIO

Como já foi dito antes, o ensaio de bombeamento foi realizado em um poço perfurado na região de Imbituba, na Planície Costeira Catarinense. O poço tem as seguintes características:

- a) Profundidade - 35,60 m
- b) Diâmetro - 150 mm
- c) Comprimento dos filtros - 19,80 m
- d) NE inicial - 10,30 m

O poço foi bombeado a uma vazão constante de $13,5 \text{ m}^3/\text{h}$, durante 2.200 minutos e os rebaixamentos foram observados em três piezômetros colocados a 20 metros de profundidade (penetrantes 9,8 m no aquífero) e às distâncias de:

Pz-01 = 18,3 m; Pz-02 = 33,8 m; Pz-03 = 15,65 m

Na interpretação pelo método de Hantush, procedeu-se da seguinte maneira:

1. - Calculou-se a regressão linear de $s \times \log$ (fig. 1) e, em seguida as transmissividades (equação 4) correspondentes:

$$T_1 = \frac{0,183 \times 13,5}{0,108} \cong 22,9 \text{ m}^2/\text{h}; T_2 = \frac{0,183 \times 13,5}{0,1} \cong 24,7 \text{ m}^2/\text{h};$$

$$T_3 = \frac{0,183 \times 13,5}{0,103} \cong 24 \text{ m}^2/\text{h}$$

2. - Com os dados geométricos do poço e dos piezômetros, foram calculados os diferentes valores da função f_s para diferentes relações de K_z/K_r (Tabela I).

3. - Com base nos dados da Tabela I procedeu-se ao cálculo da porosidade efetiva (equação 5), verificando-se então que os valores desta, mais próximos entre si para os três piezômetros, correspondem à relação $K_v/K_r = 0,8$. A porosidade efetiva calculada para os piezômetros Pz - 01, Pz-02 e Pz-03, é de $S_1 = 8,1 \cdot 10^{-2}$, $S_2 = 8,4 \cdot 10^{-2}$ e $S_3 = 7,9 \cdot 10^{-2}$, respectivamente.

TABELA I

Kz/Kr	\bar{T}_s		
	Pz-01	Pz-02	Pz-03
0,01	- 1,11	- 0,639	- 1,25
0,02	- 0,835	- 0,368	- 0,955
0,05	- 0,467	- 0,098	- 0,589
0,10	- 0,221	0,047	- 0,339
0,15	- 0,137	0,113	- 0,211
0,20	- 0,054	0,118	- 0,13
0,25	- 0,0074	0,123	- 0,076
0,35	0,0467	0,133	- 0,0024
0,40	0,0614	0,128	0,0196
0,45	0,081	0,126	0,042
0,50	0,093	0,124	0,054
0,60	0,115	0,115	0,079
0,65	0,115	0,111	0,088
0,70	0,123	0,106	0,096
0,80	0,125	0,100	0,108

A interpretação pelo método de Dagan foi feita através da comparação das curvas de campo com a curva teórica obtida a partir da equação (6). Uma vez que não existem tabelas publicadas das integrais dadas por (6), seguindo a orientação de Dagan (1) foi elaborado um programa (*), utilizando-se os dados específicos do poço e dos piezômetros da área de Imbituba. Assim, relacionou-se $s' = \theta^2/Q' = sK_h d/Q$ às variáveis $Z' = Z/D$; $r' = (K_v/K_h)^{1/2}$; r/D ; $t' = tK_y/nD$ e aos dados geométricos $l' = l/D$ e $l'_3 = l_3/D$. Obteve-se para cada piezômetro, diferentes curvas para diferentes r' posto que foram consideradas diversas relações de $K_v/K_h = \frac{1}{100}, \frac{1}{50}, \frac{1}{25}, \frac{1}{20}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$.

As famílias de curvas teóricas de cada piezômetro, colocadas em papel logarítmico, foram comparadas com as curvas de campo respectivas traçadas também em papel logarítmico da mesma escala. Assim, pelo processo de superposição verificou-se que a curva teórica que melhor ajustava apresentava era aquela correspondente à relação $K_v/K_h = 0,8$. Nas figuras nº 2, 3 e 4 são mostrados os gráficos com a superposição das curvas teóricas e de campo para cada piezômetro.

As coordenadas do ponto de coincidência para cada piezômetro e os resultados obtidos são mostrados na Tabela II abaixo:

TABELA II

Piezômetro	Coordenadas do ponto de coincidência				$lD = \frac{Q \cdot s \cdot t}{s}$ (m ² /h)	K_h (m/h)	K_v/K_h	K_v (m/h)	$n = \frac{t \cdot K_v}{t' \cdot D}$
	τ (min)	t'	s (m)	s'					
Pz - 01	650	0,6	0,14	0,205	19,8	0,33	0,3	0,26	$7,3 \cdot 10^{-2}$
Pz - 02	900	0,6	0,088	0,115	17,6	0,29	0,8	0,23	$9,6 \cdot 10^{-2}$
Pz - 03	700	0,6	0,155	0,22	19,2	0,32	0,8	0,26	$8,4 \cdot 10^{-2}$

(*) - Programa desenvolvido por Shintaro Furomoto e Cristiane M. C. Gottschalk, do Grupo de Geomatemática da Div. de Minas e Geologia Aplicada do IPT. O referido programa poderá ser obtido, mediante solicitação à DMGA através do autor.

CONCLUSÃO

1. - Como pode ser observado, os valores dos parâmetros hidrodinâmicos, calculados pelos métodos de Hantush e Dagan, apresentam diferenças significativas. Os valores médios da transmissividade, calculada por Hantush, são cerca de 17% maiores do que os calculados por Dagan.
2. - Neuman (4) discutindo sua teoria - na qual considera os efeitos da drenagem diferida - comparativamente às soluções de Dagan e Hantush, mostra que aquela é uma solução particular da sua equação para tempos longos de bombeamento, enquanto a de Hantush é uma solução para tempos curtos (fig.5). Ainda, segundo o mesmo autor (5) à medida em que o tempo de bombeamento e a relação r/b aumentou, o efeito do armazenamento elástico desaparece quase completamente, se aproximado da solução de Theis (para ty -fig.6). Do mesmo modo, a solução de Neuman converge para a solução de Theis para $S/S_y = 0$ (fig. 7).

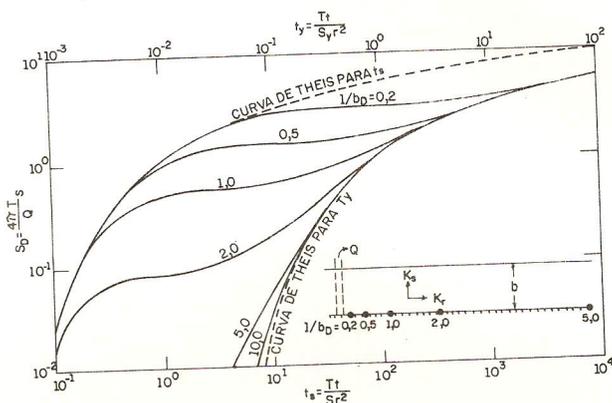


Fig. 6 - Comparação entre a solução de Theis (para ty) e a solução de Neuman para tempos longos de bombeamento e diferentes r/b . (seg. Neuman - 5) - $b_D = b/r$

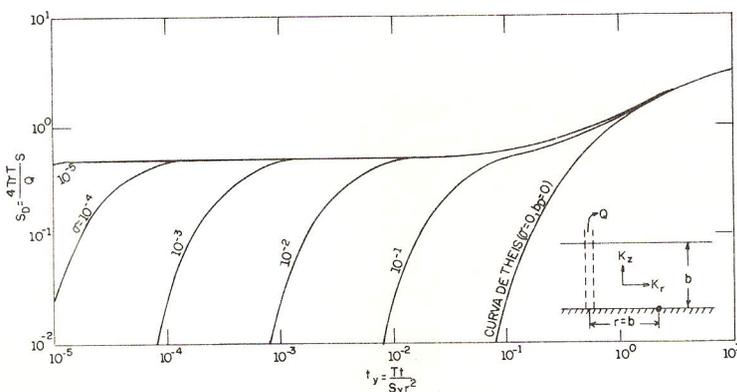


Fig. 7 - Comparação entre a solução de Theis (para ty) e a solução de Neuman, para diferentes relações de S/S_y - (seg. Neuman - 5) - $\sigma = S/S_y$; $d_D = b/r$

Por outro lado, a figura 8 abaixo mostra que \bar{a} medida em que a relação K_z/K_r diminui, os efeitos do armazenamento elástico e da drenagem diferida são mais pronunciados. Para tempos longos de bombeamento a solução de Neuman coincide com a solução de Theis (para t_y).

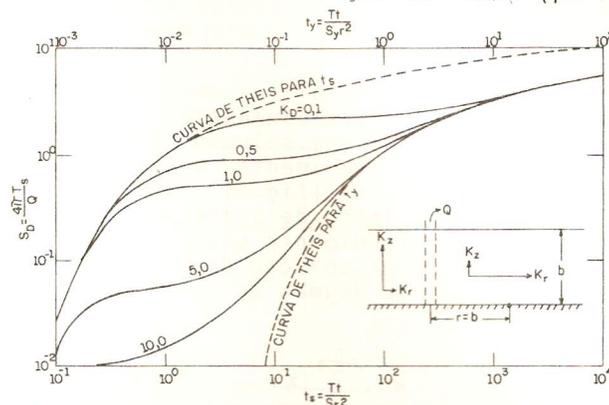


Fig. 8 - Rebaixamento adimensional para diferentes relações K_z/K_r e para $S/S_y = 10^{-2}$, $b/r = 1$ e $z/b = 0$

3. - Voltando à equação (1) de Hantush, lembramos que ela corresponde a uma correção da equação de Theis (para t_s) para o caso de penetração parcial. A curva de Hantush, mesmo para tempos longos, se afasta da curva de Theis, porém este afastamento será tanto menor quanto menor for o valor da função $K_0(x)$, quase coincidindo com a que se tem quando $K_0(x) > 10^{-2}$. Esta última condição implica em que a raiz quadrada do produto $(K_z/K_r) (n\pi r/b)^2$ seja maior do que 5. Como a relação K_z/K_r pode, no máximo ser igual a unidade (aquíferos isotrópicos), se conclui que $r/b > 1$ ou como mostra Dagan (1) $r/b = 1,2/(K_v/K_h)^{1/2}$.
4. - No presente trabalho verifica-se que a relação K_z/K_r está próxima da unidade ($K_z/K_r = 0,8$), porém não se cumpre a condição de $r/b = 1,2/(K_v/K_h)^{1/2}$ e os valores de $K_0(x)$ são, em geral, maiores do que 10^{-1} e portanto a equação de Hantush fica prejudicada na sua aplicabilidade para aquíferos livres e anisotrópicos.

Muito provavelmente o longo tempo de bombeamento (2.200 minutos) contribui para a dissipação dos efeitos combinados da "drenança" e da penetração parcial e, talvez, devido a esse fato, os resultados obtidos por ambos os métodos não apresentem grande diferenças.

Se nos afigura portanto, que o método de Dagan reflete melhor as condições hidráulicas do meio, principalmente quando o aquífero livre é predominantemente arenoso, comportando-se como um meio rígido, como no presente caso.

SÍMBOLOS USADOS

- Equação (1)
- T = transmissividade = $K_r b$
- Z = profundidade de penetração na zona saturada (poço de bombeamento)
- Z' = profundidade de penetração do piezômetro na zona saturada
- d = comprimento da zona não filtrante do poço, na zona saturada
- d' = comprimento da zona não filtrante do piezômetro na zona saturada
- K_z = permeabilidade vertical
- K_r = permeabilidade horizontal
- $K_0(x)$ = função de Bessel modificada, de ordem zero e segundo tipo
- S = coeficiente de armazenamento
- Equação (6)
- K_h = permeabilidade horizontal

- K_v = permeabilidade vertical
- D = espessura saturada inicial do aquífero
- z = comprimento do filtro
- z' = z/D
- z_3 = comprimento, desde o nível d'água inicial até o centro do filtro
- z'_3 = z_3/D
- n = porosidade efetiva do aquífero livre
- Q = vazão de bombeamento
- r = distância do poço de observação ao poço de bombeamento
- r' = $(r/D)/(K_v/K_h)^{1/2}$
- s = rebaixamento
- s' = $sK_h D/K$
- t = tempo de bombeamento
- t' = tK_v/nD
- Q' = $Q/K_n D^2$
- \emptyset = s/D
- z = profundidade do poço de observação abaixo do NE inicial

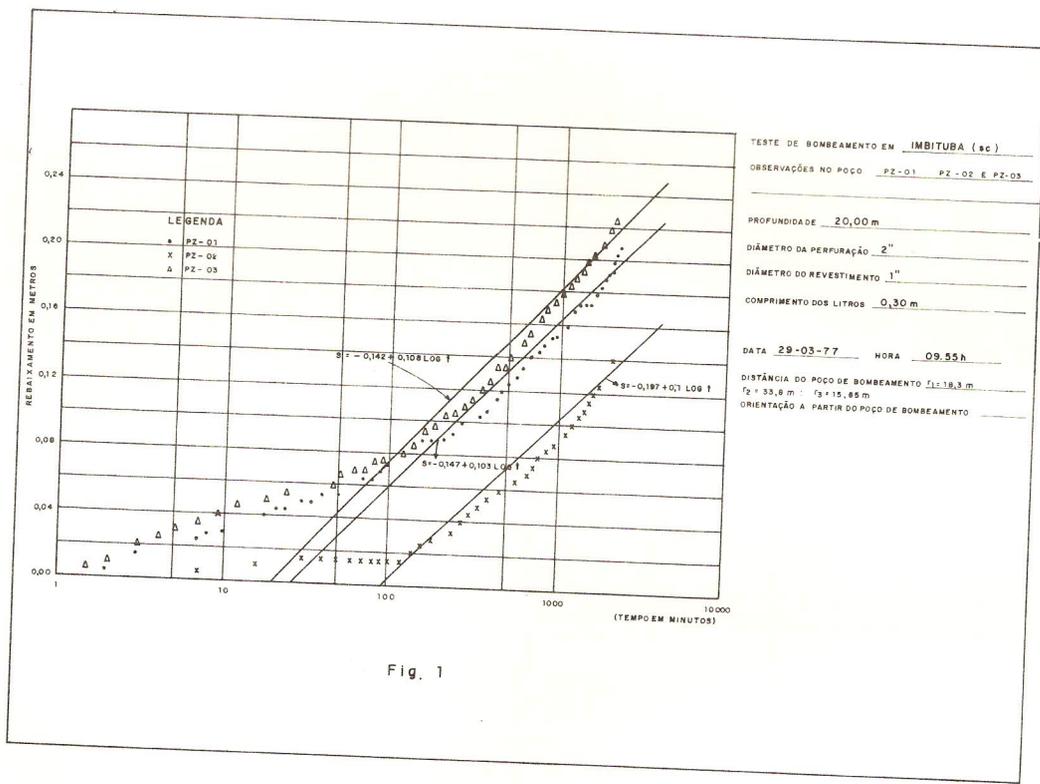
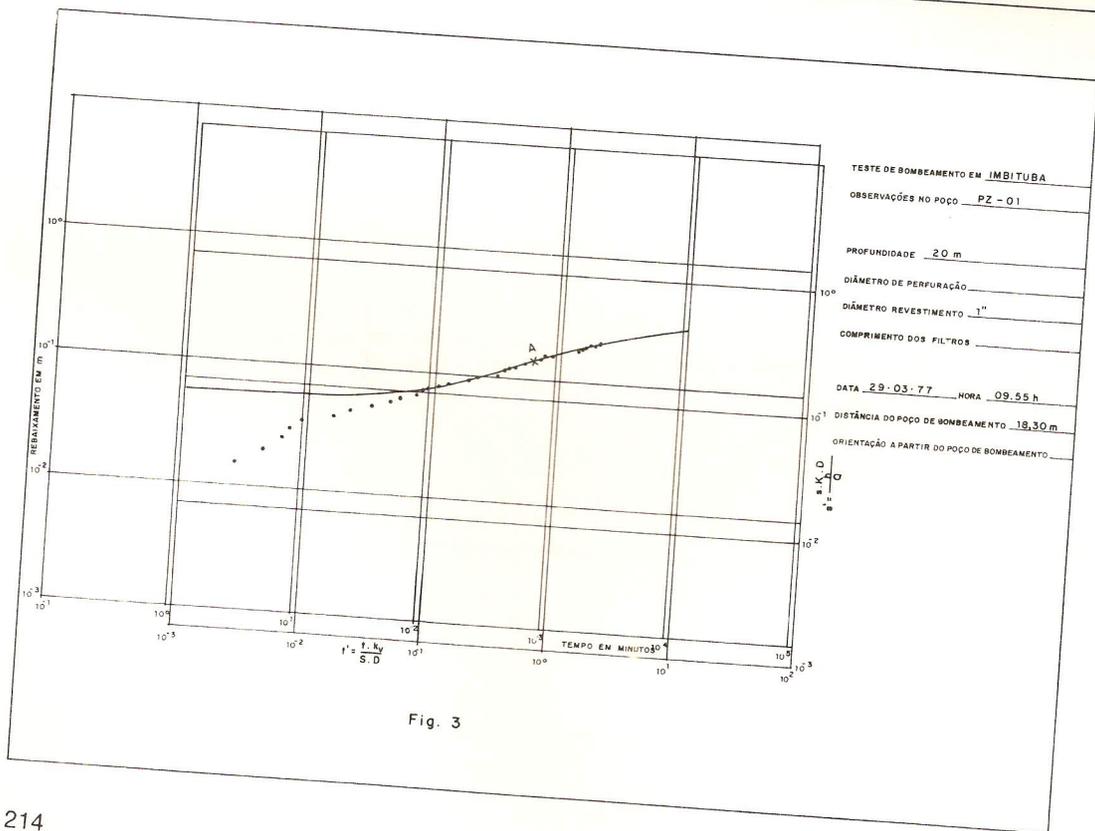
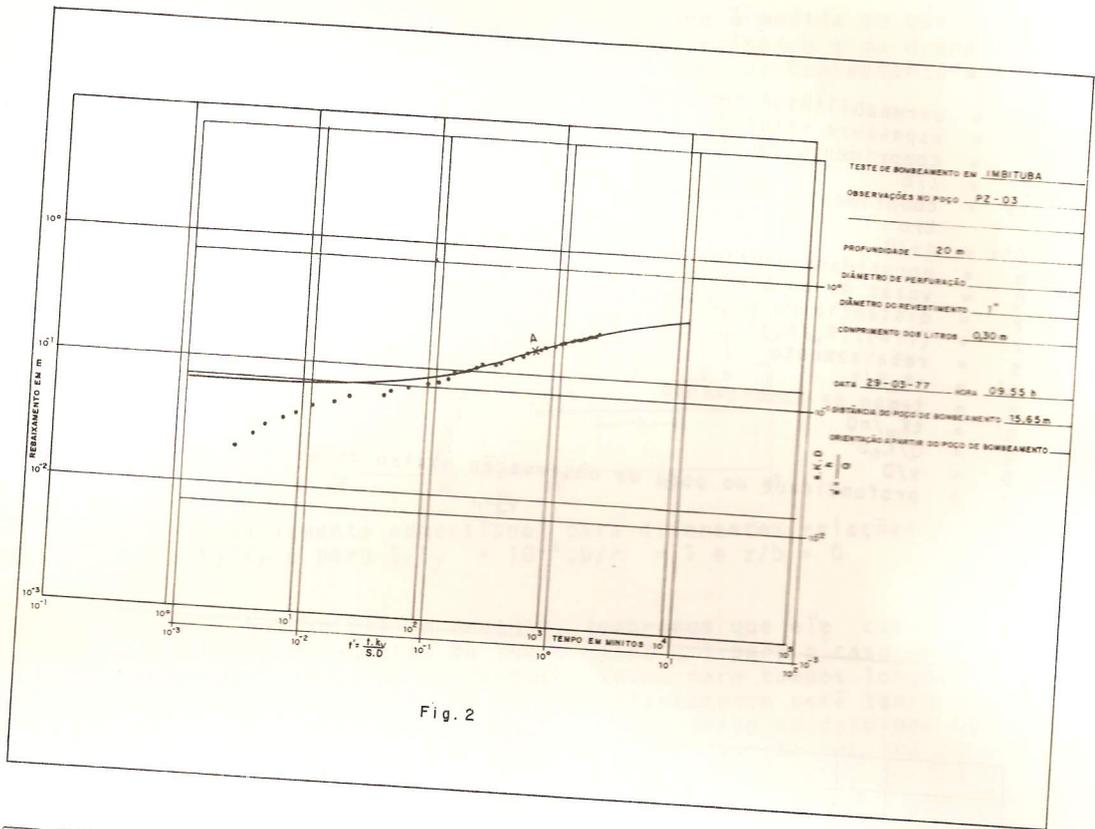


Fig. 1



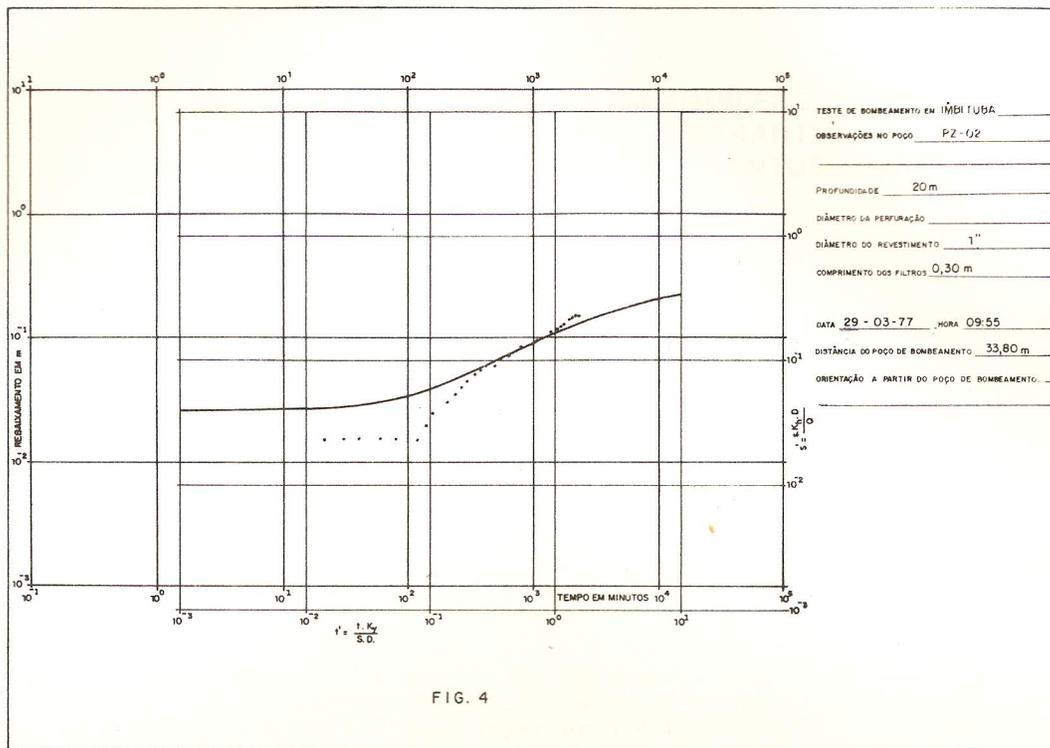


FIG. 4

BIBLIOGRAFIA

- DAGAN, G. - A method of Determining the Permeability and Effective Porosity of Unconfined Anisotropic Aquifer - Water Res. Research-Vol. 3, nº 4 - 1967.
- DAGAN, G.; KROSZYNSKI, U.I. - Well Pumping in unconfined Aquifer : The Influence of Unsaturated Zone - Water Res. Research- Vol. 11, nº 3.
- HANTUSH, M. - Hydraulics of wells in Advance in Hydroscicende - Vol. 1 Academic Press Inc - 1964 - N. York.
- NEUMAN, S.P. - Effect of Partial Penetration on Flow in Unconfined Aquifer Considering Delayed Gravity Response - Water Res. Research-Vol. 10 - nº 2 - 1974.
- NEUMAN, S.P. - Theory of flow in Unconfined Aquifers Considering Delayed Response of Water Table - Water Res. Research - Vol. 8 - nº 4 - 1972.
- RELATÓRIO Nº 10.022 - Interpretação de Ensaio de Bombeamento na Planície Costeira de Imbituba (SC) - IPT/DMGA - 1977.