

# ZONA DE EXTRAÇÃO NUM AQÜÍFERO COM FLUXO BIDIMENSIONAL NA BACIA DO RIO PARAÍBA

SEEMANAPALLI V.K. SARMA \*

## RESUMO

Neste trabalho a modelação matemática foi usada para delinear a área de proteção da zona de contribuição do poço sob condições do fluxo bi-dimensional. Foi considerado um aquífero retangular de 193m x 180m próximo a Pilar ao lado do Rio Paraíba em Pilar, onde há declividade na base, bem como na superfície freática, para avaliação do comportamento bidimensional do mesmo sob as condições impostas. As cargas bi-dimensionais obtidas com uma vazão de  $2Q$  no poço foram usadas na presente análise, onde  $Q$  se refere a vazão do teste do poço. Foram localizados o ponto de estagnação e os limites da zona de extração e calculada a velocidade do fluxo dentro da zona. Os resultados foram apresentados na forma de tabelas e figuras com vista em perspectiva.

## ABSTRACT

In this paper, mathematical modeling was used to localize the area of protection of the contribution zone of a well field with two-dimensional heads. A rectangular aquifer, with an area of 193m x 180m in the microregion 99 of Paraíba State near Pilar, adjacent to Rio Paraíba in Pilar, which has both base slope as well as water surface slope, was considered for analysis. This was done for evaluating the two-dimensional behaviour of the aquifer under imposed conditions. The two-dimensional hydraulic heads were realized with a discharge of  $2Q$ , where  $Q$  is the test well discharge. The point of stagnation, the limits for zone of attraction were localized and the velocity within the zone estimated. The results were presented in the form of tables and figures in perspective vision.

## INTRODUÇÃO

Na análise do fluxo subterrâneo através de equações

diferenciais envolvidas, a modelação matemática é uma escolha óbvia para os pesquisadores. As vantagens destes modelos incluem a avaliação de descontaminações de água subterrânea e a previsão das taxas de fluxo e de transporte dos poluentes em aquíferos e ainda para delinear as áreas de proteção da zona de contribuição do poço (ABRH, 1989) sob condições heterogêneas e anisotrópicas. Na modelação com diferenças finitas (Sarma, 1986), a equação parcial é discretizada em incrementos espaciais e temporais. Apesar do sistema complexo ser simplificado, os modelos servirão como ferramentas úteis tanto no campo quanto no laboratório. Foi considerado um sistema de aquífero retangular simples, composto do Rio Paraíba em Pilar, com um poço de teste. Foram usados programas de microcomputador na avaliação de um aquífero aluvionar adjacente ao rio e para observação do comportamento bidimensional do mesmo sob as condições impostas.

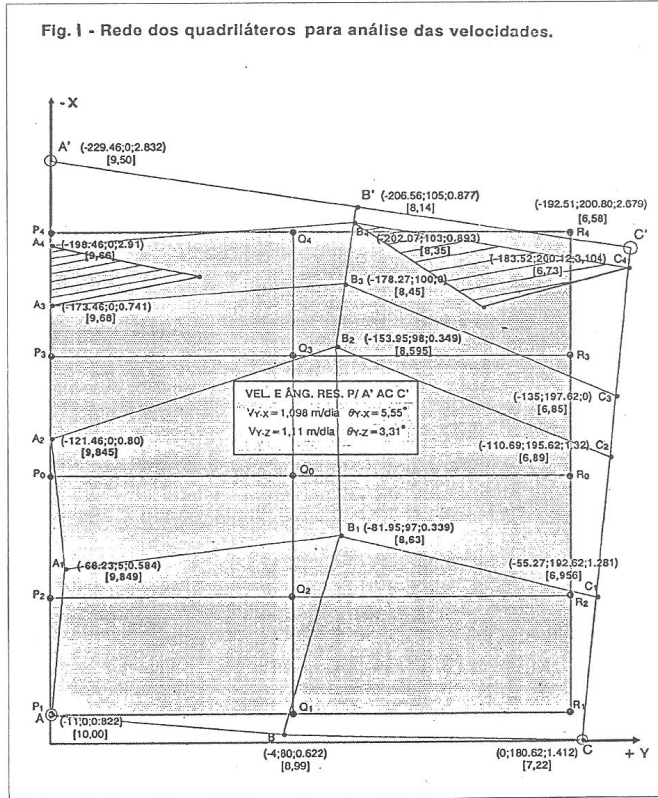
## LOCAL SELECIONADO PARA ESTUDO DO FLUXO BIDIMENSIONAL

O aquífero está localizado na M.R.H. 99 - Agropastoril do Baixo Paraíba, próximo a cidade de Pilar. Diante da demanda de  $150 \text{ m}^3/\text{h}$ , as opções promissoras foram estudadas pela CDRM (1987), utilizando exploração dos aquíferos aluviais nas margens do rio Paraíba, a uma distância de 12 km. Entre as áreas pesquisadas, a área próxima a Pilar mostrou excelentes resultados destacando-se, uma espessura saturada de 8m.

---

\* Professor Adjunto  
ÁREA DE ENGENHARIA DE RECURSOS HÍDRICOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
Universidade Federal da Paraíba  
Campina Grande - PB

Fig. 1 - Rede dos quadriláteros para análise das velocidades.



## DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO E CONFIGURAÇÕES ESTUDADAS

AA', BB' e CC' da Figura 1 são seções transversais ao rio mostrando os níveis piezométricos e as cotas da base, reduzidas a um datum de +22,48. Os primeiros três números indicam as coordenadas x, y e z, sendo z a elevação de base em relação a um nível de referência ou datum prefixado e o quarto número dentro de parênteses, indica a altura piezométrica. Foram tratadas duas configurações, quadriláteros e subquadriláteros, A'ABB'.. e B'BCC'.. e retângulos e subretângulos, P4P1Q1Q4, Q4Q1R4R1.. para demonstrar a existência das velocidades espaciais, Vxy e Vxyz. Este não faz parte de presente estudo e assim sendo não será abordada aqui em detalhe.

Foram estudadas as cargas que se desenvolveram devido às declividades naturais existentes no aquífero. O rio

move-se da esquerda para a direita e a espessura do aquífero diminui de 10m para 7,22m na seção mais afastada do rio e de 9,5m para 6,58m na seção mais próxima ao rio. Assim, há declividades ao longo do rio, como também transversais ao rio. A água flui do aquífero para o rio. O rio assim é um "ganhador" como é o caso atual.

As elevações da base variam de acordo com a formação da rocha cristalina, enquanto as da superfície freática variam segundo as leis hidrodinâmicas. As medidas do aquífero ao longo do rio foram 205m e 189m, sendo estas nas seções mais próxima e mais afastada do rio, e as seções transversais medem de montante para jusante 218m, 204m e 193m. Os pontos de sondagens feitas pelo CDRM não formaram quadriláteros regulares, nem áreas iguais. Assim, uma área retangular equivalente a 193m x 180m foi considerada para avaliar os efeitos de bombeamento e estudar a zona de extração para evitar a entrada dos poluentes.

No tratamento retangular da área, as coordenadas retangulares e os comprimentos nas direções x e y foram subdivididos em pequenos segmentos de dx e dy. Para simplificar o procedimento, foi adotada uma malha regular

de  $dx=dy$ .

## CALIBRAGEM FEITA PELO P.C. E VERIFICAÇÃO DE MODELO

A bomba do projeto foi colocada pela CDRM a 30m do ponto B' da seção superior, próxima ao rio, enquanto o raio de influência do mesmo foi determinado pela calibragem, como 65m. No método de diferenças finitas, foi adotado  $dx = dy = 5.42m$ . Os níveis dinâmicos às distâncias de 15m, 50m e 65m foram registrados respectivamente como 6,31m, 8,32m e 8.40m.

Sendo o aquífero de tipo freático, o coeficiente de armazenamento não entrará nos cálculos. Porém, os coeficientes de permeabilidade K, e transmissibilidade T, foram determinados como 0,00025 m/s e 0,00212 m<sup>2</sup>/s e a

porosidade efetiva do meio como 0,25, com uma vazão de poço de  $26.6\text{m}^3/\text{h} = 0.00741\text{m}^3/\text{s}$ . Os valores de  $K_x$  e  $K_y$  foram considerados iguais, enquanto  $K_z$  foi tomado 100 vezes menor que estes. Este valor foi usado somente para os casos tridimensionais.

Neste estudo o poço foi colocado na parte central do retângulo, P4P1R1R4 para fins de estudar a características de zona de extração e a extensão da mesma, com vazões altas até  $2,4Q$ , assim alcançando o fundo do aquífero;  $Q$  representa a vazão do teste do poço da CDRM. As cargas bidimensionais desenvolvidas no aquífero com uma vazão =  $2Q$  no poço foram apresentadas na Tabela 1.

## COMPONENTES DAS VELOCIDADES PRÓXIMOS AO SISTEMA RIO-AQUÍFERO

A equação diferencial parcial usada neste estudo para fluxo bi-D em aquíferos livres é aquela dada por Rhuson e Redshaw, 1978. O fluxo num determinado aquífero que fica ao lado de um rio tem uma possibilidade remota de ser horizontal. Assim, foi feito no presente estudo um tratamento diferente do que os métodos convencionais.

Tabela 1 - Cargas Bi-D Hidráulicas Realizadas no Aquífero, em metros

a: Sem Bombeamento											
8.78	8.72	8.65	8.58	8.52	8.45	8.38	8.31	8.24	8.17	8.10	8.03
8.77	8.70	8.64	8.57	8.50	8.43	8.37	8.30	8.23	8.16	8.09	8.01
8.76	8.69	8.62	8.56	8.49	8.42	8.35	8.28	8.21	8.14	8.07	8.00
8.74	8.67	8.61	8.54	8.47	8.41	8.34	8.27	8.20	8.13	8.06	7.98
8.73	8.66	8.59	8.53	8.46	8.39	8.32	8.25	8.18	8.11	8.04	7.97
8.71	8.65	8.58	8.51	8.45	8.38	8.31	8.24	8.17	8.10	8.03	7.95
8.70	8.63	8.57	8.50	8.43	8.36	8.29	8.22	8.15	8.08	8.01	7.94
8.67	8.60	8.54	8.47	8.40	8.33	8.26	8.19	8.12	8.05	7.98	7.91
8.66	8.59	8.52	8.46	8.39	8.32	8.25	8.18	8.11	8.04	7.97	7.89
8.64	8.57	8.50	8.44	8.37	8.30	8.23	8.16	8.08	8.01	7.94	7.86
8.63	8.56	8.49	8.43	8.36	8.29	8.22	8.15	8.08	8.01	7.94	7.86
8.61	8.55	8.48	8.41	8.34	8.28	8.21	8.14	8.07	7.99	7.92	8.85
8.61	8.53	8.46	8.39	8.31	8.24	8.16	8.08	8.01	7.93	7.85	7.77
b: Após Bombeamento de 2Q											
8.76	8.72	8.68	8.63	8.59	8.56	8.55	8.55	8.57	8.60	8.66	8.72
8.77	8.67	8.57	8.47	8.39	8.32	8.29	8.29	8.33	8.40	8.53	8.78
8.76	8.61	8.45	8.30	8.16	8.04	7.98	7.98	8.05	8.14	8.25	8.37
8.74	8.54	8.34	8.12	7.90	7.70	7.58	7.61	7.72	7.85	7.97	8.05
8.73	8.48	8.22	7.93	7.59	7.24	6.99	7.12	7.36	7.56	7.71	7.79
8.71	8.44	8.13	7.76	7.28	6.64	5.92	6.49	6.99	7.32	7.52	7.62
8.70	8.41	8.08	7.67	7.08	5.98	2.27	5.80	6.76	7.20	7.43	7.53
8.67	8.41	8.10	7.74	7.26	6.62	5.89	6.45	6.95	7.27	7.45	7.54
8.66	8.43	8.18	7.89	7.56	7.20	6.95	7.06	7.27	7.46	7.58	7.64
8.64	8.47	8.28	8.07	7.85	7.65	7.52	7.53	7.61	7.70	7.76	7.79
8.63	8.51	8.39	8.25	8.12	7.99	9.92	7.90	7.92	7.95	7.97	7.97
8.61	8.57	8.51	8.43	8.35	8.28	8.24	8.22	8.22	8.22	8.20	8.15

A equação governante deve se incluir efeitos dos componentes dimensionais da velocidade e do fluxo. Em tais casos, pode-se tratar o rio como se ele fosse totalmente penetrante.

O estudo assim enfoca a importância de pesquisar aquíferos adjacentes aos rios que desenvolvem cargas bidimensionais.

## ZONA DE EXTRAÇÃO

Foi suposto que existe uma única fonte de contaminação localizada num ponto, sendo o poço de teste do CDRM, na área delimitada pela malha da figura 1. As linhas exteriores são as que capturam os contaminantes pelo bombeamento no poço.

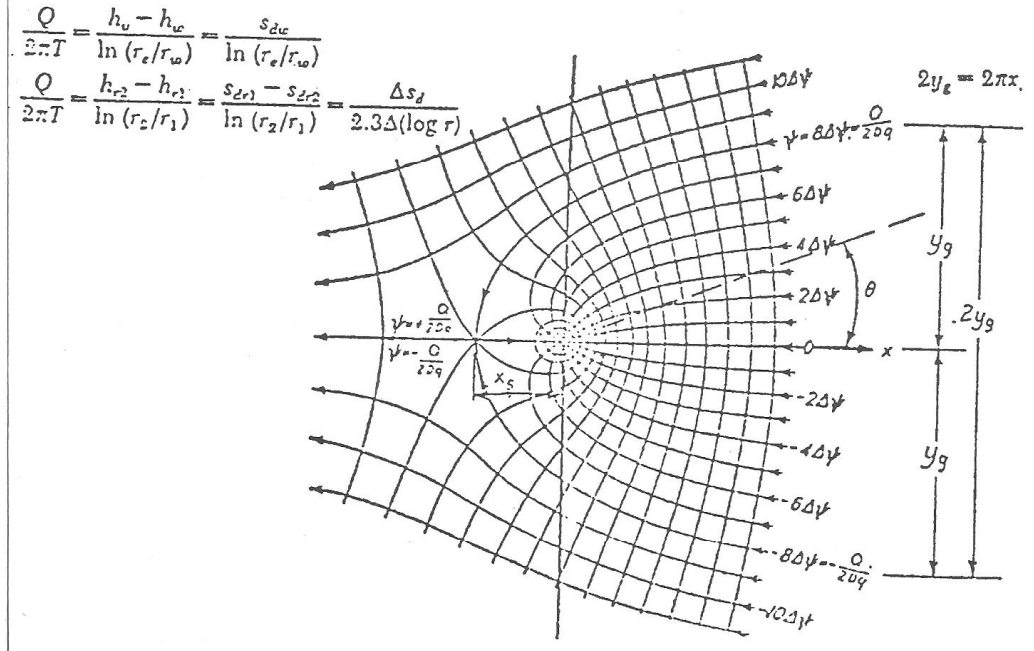
Essa fonte pontual foi modelada para simular o movimento da poluição do aquífero.

Figura 2 mostra a influência de um poço sobre a distribuição das linhas equipotenciais e do fluxo num campo do fluxo uniforme (Jacob, 1950). Porém, num aquífero que tem declividade na base e na superfície freática, as linhas não serão simétricas. O procedimento para traçar as linhas nos aquíferos que tem ambas os declives, foi descrito abaixo.

## TEORIA ADOTADA PARA DELIMITAR A ZONA DE EXTRAÇÃO

O programa desenvolvido é válido para o caso de campo infinito do fluxo, com a velocidade uniforme existente numa seção mais afastada do poço. Caso a superfície piezométrica, inicialmente não perturbada, tenha uma inclinação com a horizontal, a velocidade darcyniana pode ser expressa com a equação,  $v_x = K \tan \alpha$  ou  $= K dh/dx$ . Considerando plano horizontal x-y, com origem no centro do poço, a respeito das figuras, equações e notações de Kashef (1986) das

Fig. 2 - Rede do Fluxo próximo ao Poço em Fluxo Bi-D Uniforme.



páginas 284-294, para fluxo natural e para fluxo com bombeamento, as funções  $\phi$  e  $\psi$ . (figura 2) podem ser expressas como seguinte:

Para somente fluxo natural:

$$\phi_o = K(h_o - h) + \text{constante} = K \frac{S_d}{x} + \text{constante} = v_o x = \text{constante} \quad (1)$$

Para fluxo somente com bombeamento:

$$\phi_{wd} = \frac{Q}{2\pi D_q} \ln \frac{r}{r_w} = \frac{Q}{4\pi D_q} \ln \frac{x^2 + y^2}{r_w^2} + c$$

e

$$\psi_{wd} = \frac{Q}{2\pi D_q} \theta = \frac{Q}{2\pi D_q} \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (2)$$

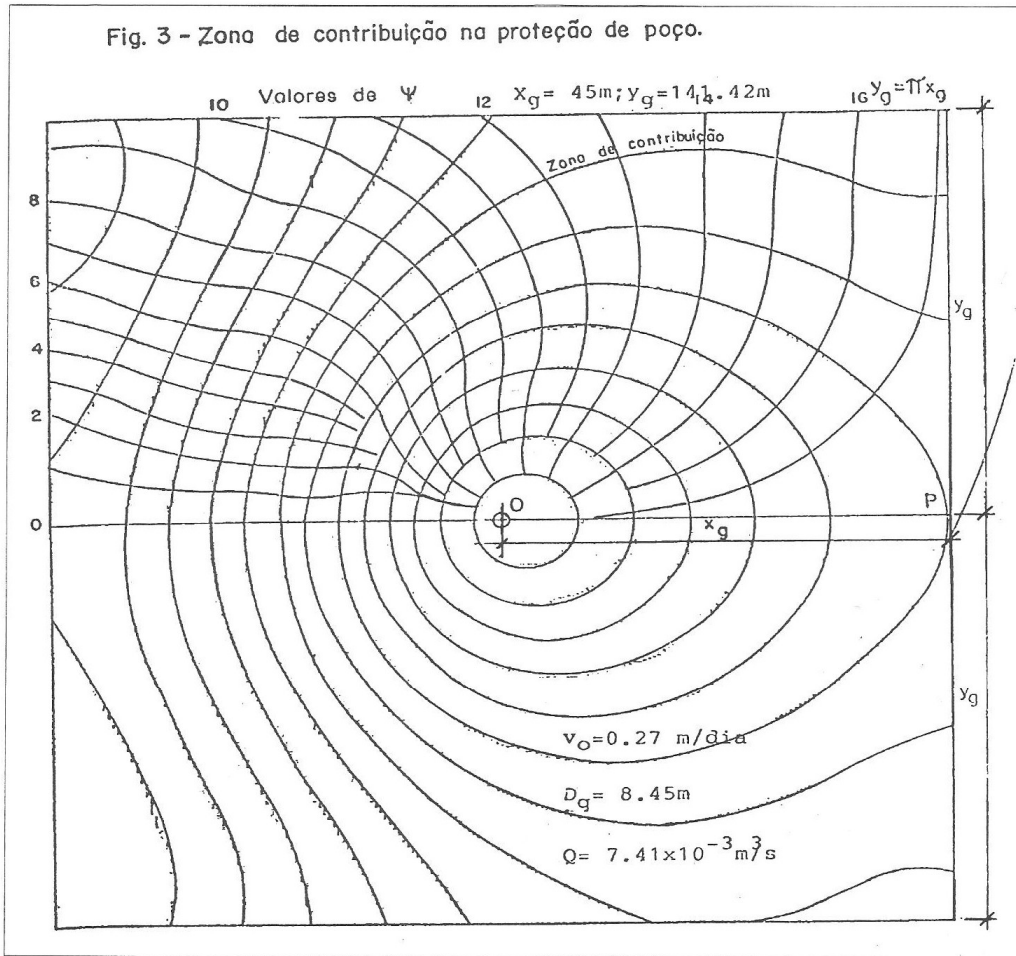
## DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As equações citadas foram escritas para valores individuais de  $\phi$  e  $\psi$ , a respeito ao ponto,  $P(x,y)$ . A configuração da figura de Kashef (1986) é o resultado dos efeitos pela soma das quantidades  $\phi = \phi_o + \phi_{wd}$  (Jacob, 1950), para  $\Delta\phi = K\Delta h = Q/16Dq$ . No caso em estudo, (figura 3), o valor correspondente será 36, no lugar de 16 na equação dada acima.

Para obter uma rede de fluxo curvilíneo com quadrados exatos,  $\Delta\phi = K\Delta h$  deve-se igualar a  $\Delta\psi$ . Em outras palavras,  $\Delta\phi = Q/36Dq$ . A velocidade ao ponto P deve ser zero, sendo P um ponto de estagnação. A localização de x é feita colocando as condições de contorno  $y = 0$  e  $v_x = 0$ .  $v_x$  é a velocidade na zona de extração.

Assim,

Fig. 3 - Zona de contribuição na proteção de poço.



$$v_x = -\frac{\delta\phi}{\delta x} = -\frac{\delta}{\delta x} \left( v_0 x + \text{constant} + \frac{Q}{4\pi D_q} \ln \frac{x^2}{r_w^2} \right)$$

$$= -v_0 - \frac{Q}{2\pi D_q} \frac{x}{x^2 + 0} = 0$$

$$x_s = \frac{Q}{2\pi v_0 D_q} \quad (3)$$

As linhas de fluxo que permanecem dentro dessa divisa terminam no poço (Figuras 2 e 3). As linhas que passam fora da divisa eventualmente mergulham no fluxo natural, não sendo

As linhas de fluxo que permanecem dentro dessa divisa terminam no poço (Figuras 2 e 3). As linhas que passam fora da divisa eventualmente mergulham no fluxo natural, não sendo afetadas devido à presença do poço. Substituindo  $x = x_s = \infty$ ,  $y = y_s$ , onde  $18 \Delta\psi = Q/2Dq$ , teremos

$$\frac{2\mu D_q}{Q} \left( \frac{Q}{2D_q} - v_0 y_s \right) = \tan^{-1} \frac{y_s}{x_s} \quad (4)$$

$$\frac{y_s}{x_s} = \tan \left( \mu - \frac{2\mu v_0 y_s D_q}{Q} \right) = \tan \frac{2\mu v_0 y_s D_q}{Q} \quad (5)$$

Então

Assim sendo:

$$2y_g = \frac{Q}{D_q v_o} \quad (6)$$

A divisa subterrânea é, portanto assintótica as linhas horizontais a uma distância de  $y_g$  que forma a margem para zona de entrada do fluxo. Assim, a zona de entrada é dada por  $2y_g = 2\pi x_g$ , onde  $x$  é a distância entre "0" e "P" dada na figura 3. Usando as equações acima, a zona de extração no estudo atual será  $y_g = 141.4\text{m}$ ;  $x_g = 45\text{m}$ ;  $D_q = 8,45\text{m}$  (Tabela 1);  $\Delta\phi = Q/36Dq$  e  $v_x = 0,27\text{m}/\text{dia}$ .

O formato da zona de captura com velocidades bidimensionais neste estudo foi observado como irregular e a configuração não conforme aos círculos, ao passo que a

superfície do lençol freático antes de bombeamento era bastante inclinada, o que é evidente da vista em perspectiva como dada na figura. As inclinações maiores do lençol freático causarão maiores afastamentos do ponto de estagnação P para jusante. As linhas de fluxo que passam através do ponto de estagnação coincidem com a divisa subterrânea.

## CONCLUSÕES

A modelação matemática serviu bem para a análise da zona de extração e de influência dum aquífero não-confinado da Micro Região Homogênea Agropastoril do Baixo Paraíba. O fluxo natural é não uniforme no local determinado devido a natureza das cargas bidimensionais. O método permitiu a avaliação do raio e extensão da zona de extração no espaço bidimensional, bem como a velocidade natural do fluxo no aquífero. O método vale também para estratificação do aquífero.

## AGRADECIMENTOS

O autor agradece a Coordenação da Área de Engenharia de Recursos Hídricos da UFPB, Campina Grande, PB. para o apoio dado ao mesmo e agradece ainda ao CNPq, Brasília, D.F. pelo o apoio financeiro que lhe foi dado para condução deste estudo.

## BIBLIOGRAFIA

- CDRM, Campanha de Desenvolvimento de Rec. Min., (1987), Abastecimento D'Água, Pilar, Ribeiro, J.P., C. Grande, p. 1-59.
- KASHEF, A.I. (1986), Ground Water Engineering, McGrawhill, New York, p. 1-512.
- RAMOS, F. et ali. (1989), Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Ed. UFRJ, p.1-404.
- RHUSTON, K.R. & REDSHAW, S.C. (1978), Seepage and Groundwater Flow, John Wiley & Sons, New York, p 1-209.
- SEEMANAPALLI, V.K.S. (1986), Mathematical Modeling of Aquifer Systems in Sume, IV Cong. ABAS, Nov. '86, S.Paulo, p. 426-33.

