AVALIAÇÃO EXPEDITA DO TEMPO DE SATURAÇÃO DE UM MEIO POROSO

POR

JAIME MACHADO NOGUEIRA[1]

RESUMO -- O presente trabalho limita-se a construção de expressões analíticas que permitem avaliar para um dado meio poroso de permeabilidade assumida constante, perfeitamente isotrópico, o tempo requerido para a sua completa saturação, quando submetido a um fluxo unidimensional de carga constante.
Com origem em hipóteses hidromecânicas bastante singelas, as expressões apresentadas pretendem fornecer elementos que não sejam mais que meras ordens de grandeza do fenômeno.
À falta de ajustes experimentais, devem ser empregados com severas ressalvas para o caso do fluxo bi ou tridimensional.

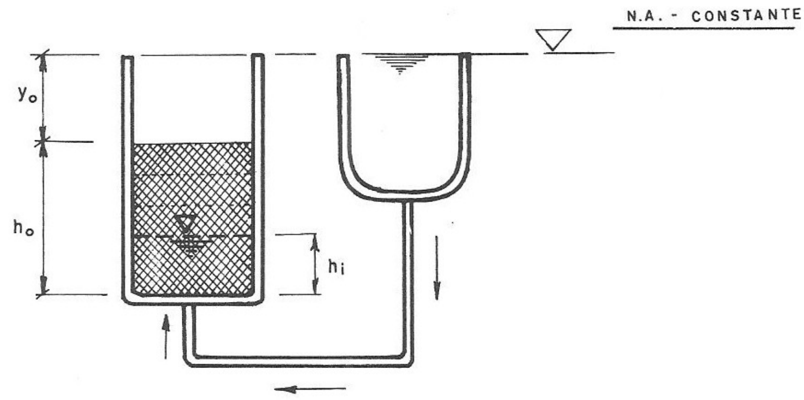
PREMISSAS

Em todos casos:

a) O fluxo é considerado unidimensional e vertical
b) É admitida a validade da lei de Darcy
c) A permeabilidade do meio poroso é constante
d) A carga aplicada é constante
e) A saturação é verificada pelo avanço do fluido no meio poroso, segundo uma superfície plana horizontal

ESTUDO DA SATURAÇÃO

Fluxo Vetical Ascendente



[1]Engenheiro Civil, Ms em Hidráulica - IPH - Secretaria de Obras e Serviços Públicos - SOSP-CE.

ho - espessura da amostra (m)

k - permeabilidade (m/s)

yo - sobrecarga em relação ao topo da amostra (m)

hi - após ti segundos do início do fluxo, a posição onde se encontra o plano de saturação (m)

$\frac{ho+yo}{hi}$ - gradiente a que está submetida a amostra no tempo ti

$k\,\frac{ho+yo}{hi}$ - velocidade do fluxo no instante ti (m/s)

- Após o início do fluxo, havendo consumido um intervalo de tempo ΔT_1, o plano de saturação elevou-se Δh, sendo válida portanto a relação:

$$\frac{\Delta h}{\Delta T_1} = k\,\frac{ho+yo}{\Delta h} \quad \therefore \quad \Delta T_1 = \frac{\Delta h . \Delta h}{k(ho+yo)}$$

- O plano de saturação para se elevar mais Δh, demandará por sua vez um intervalo de tempo ΔT_2, valendo portanto:

$$\frac{\Delta h}{\Delta T_2} = k\,\frac{ho+yo}{2\Delta h} \quad \therefore \quad \Delta T_2 = \frac{(2\Delta h)\,\Delta h}{k(ho+yo)}$$

- Sucessivamente, numa condição genérica é:

$$\frac{\Delta h}{\Delta Ti} = k\,\frac{ho+yo}{i\Delta h} \quad \therefore \quad \Delta Ti = \frac{(i\Delta h)\,\Delta h}{k(ho+yo)}$$

ora: $i\Delta h = h$, então:

$$\Delta T = \frac{h\,\Delta h}{k(ho+yo)}$$

ou

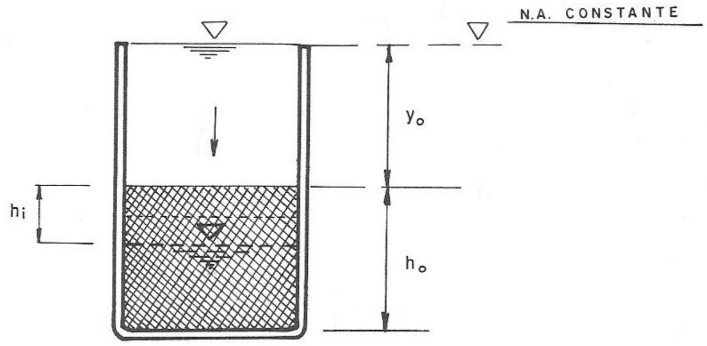
$$\Sigma \Delta T = \sum_{o}^{ho} \frac{h\,\Delta h}{k(ho+yo)} \text{ , fazendo lim : } \Delta T \rightarrow 0$$

$$T = \int_{o}^{ho} \frac{hdh}{k(ho+yo)} = \frac{1}{k} \int_{o}^{ho} \frac{hdh}{(ho+yo)}$$

$$T = \frac{1}{k}\left[\frac{h^2}{2} . \frac{1}{(ho+yo)}\right]_{o}^{ho}$$

$$Ta = \frac{1}{2k} . \frac{ho^2}{(ho+yo)}$$

Fluxo Vertical Descendente



ho - espessura da amostra (m)
k - permeabilidade (m/s)
yo - sobrecarga em relação ao topo da amostra (m)
hi - após ti segundos do início do fluxo, a posição onde se encontra o plano de saturação (m)

$\frac{hi+yo}{hi}$ - gradiente a que está submetida a amostra no tempo ti

$k\,\frac{hi+yo}{hi}$ - velocidade do fluxo no instante ti (m/s)

- Após o início do fluxo, havendo consumido um intervalo de tempo ΔT_1, o plano de saturação baixou Δh, sendo válida portanto a relação:

$$\frac{\Delta h}{\Delta T_1} = k\,\frac{yo+\Delta h}{\Delta h} \quad .^{\cdot}. \quad \Delta T_1 = \frac{(\Delta h)\,\Delta h}{k(yo+\Delta h)}$$

- O plano de saturação para baixar mais Δh, demandará por sua vez um intervalo de tempo ΔT_2, valendo portanto:

$$\frac{\Delta h}{\Delta T_2} = k\,\frac{yo+2\Delta h}{2\Delta h} \quad .^{\cdot}. \quad \Delta T_2 = \frac{(2\Delta h)\,\Delta h}{k(yo+2\,\Delta h)}$$

- Sucessivamente, numa condição genérica é:

$$\frac{\Delta h}{\Delta Ti} = \frac{(i\,\Delta h)\,\Delta h}{k(yo+i\,\Delta h} \quad .^{\cdot}. \quad \Delta Ti = \frac{(i\Delta h\,\Delta h)}{k(yo+i\Delta h)}$$

ora, $i\Delta h = h$, então:

$$\Delta T = \frac{h\,\Delta h}{k(yo+\Delta h)}\ , \quad \text{fazendo lim : } \Delta T \rightarrow 0$$

$$t = \int_0^{ho} \frac{hdh}{k(yo+h)} = \frac{1}{k}\int_0^{ho} \frac{hdh}{(yo+h)}$$

fazendo:

$$yo+h = \lambda \quad \therefore \quad h = \lambda - yo$$
$$dh = d\lambda$$

$$t = \frac{1}{k}\int_{o}^{ho} \frac{\lambda - yo}{\lambda}\, d\lambda = \frac{1}{k}\int_{o}^{ho} \frac{(1-yo)}{\lambda}\, d\lambda$$

$$t = \frac{1}{k}\,(\lambda - y.\log_e \lambda)$$

ou seja:

$$t = \frac{1}{k}\Big[(yo+h) - yo\log_e(yo+h)\Big]_{o}^{ho}$$

$$t = \frac{1}{k}\,(yo+ho) - \frac{yo}{k}\log_e(yo+ho) - \frac{1}{k}\,(yo) + yo\,\log_e yo$$

$$t_d = \frac{ho}{k} - \frac{yo}{k}\log_e\left(1+\frac{ho}{yo}\right)$$

Saturação Com Sobrecarga Nula (yo=0)

Na hipótese de sobrecarga nula, ou seja yo=0, as expressões adquirem as seguintes configurações:

a) Fluxo Ascendente

$$Ta = \frac{1}{2k}\,\frac{ho^2}{(ho+yo)}$$

Como yo = 0

$$Ta = \frac{1}{2k}\cdot\frac{ho^2}{ho}$$

$$Ta = \frac{ho}{2k}$$

b) Fluxo Descendente

$$T_d = \frac{ho}{k} - \frac{yo}{k}\log_e\left(1+\frac{ho}{yo}\right)$$

Como yo= 0

$$T_d = \frac{ho}{k} - \frac{0}{k}\log_e\left(1+\frac{ho}{0}\right)$$

$$T_d = \frac{ho}{k} - 0.\infty$$

Cabe portanto levantar a indeterminação contida na 2ª parcela $(0.\infty)$ fazendo:

$$\lim_{yo \to 0} \frac{yo}{k} \log_e\left(1+\frac{ho}{yo}\right) = \frac{1}{k} \lim_{yo \to 0} \frac{\log_e\left(1+\frac{ho}{yo}\right)}{\frac{1}{yo}}$$

O que pela regra de l'Hôpital é a mesma coisa que:

$$\frac{1}{k} \lim_{yo \to 0} \frac{\frac{d}{dyo} \log_e\left(1+\frac{ho}{yo}\right)}{\frac{d}{dyo} \cdot \frac{1}{yo}}$$

$$\frac{1}{k} \lim_{yo \to 0} \frac{1/1+\frac{ho}{yo} \cdot ho \cdot \frac{1}{(-yo^2)}}{-\frac{1}{yo^2}}$$

$$\frac{1}{k} \lim_{yo \to 0} \frac{1}{1+\frac{ho}{yo}} = 0$$

Neste caso, o tempo requerido para a saturação será dado por:

$$T_d = \frac{ho}{k}$$

CONCLUSÃO

Submetido ao mesmo plano de carga, um meio poroso tende a saturar-se mais rapidamente se for possível a partir daí criar um fluxo ascendente.

Se o plano de carga estiver no nível do topo do meio poroso, o tempo requerido para saturá-lo será em torno da metade, caso o fluxo seja ascendente.

O processo de saturação no caso de materiais arenosos em fluxo ascendente não deverá ser forçado a gradientes superiores a 0,80 ou 0,90 sob pena de provocar fluidização (areias movediças).

BIBLIOGRAFIA

Hidrologia de Águas Subterrâneas
David K Tood (Ed. Blücher Ltda.)

Artificial Grouncwater Recharge
L, Huijman, T.N. Olsthoorn
Pitman Advanced Publisming Program

QUICK EVALUATION OF THE TIME OF SATURATION OF A POROUS MEDIUM

BY

JAIME MACHADO NOGUEIRA

ABSTRACT -- This work deals with the analytic expressions formulation which provide means to evaluate, for porous medium of constant permeability, completely isotropic, the time of its saturations, when submitted to a constant head one dimentional flow.

Based upon simple Hydromechanics hypothesis, the presented expressions are intended to show elements provinding more than rough estimations of the phenomena.

In the lack of experimental observations, they must be used with great restrictions for two or three dimentional flows.